

Муниципальное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа с углубленным изучением
отдельных предметов №8»

СОГЛАСОВАНО

заместитель директора по УР

Н.П. Крыкса /Крыкса Н.П.

29 августа 2023 г.

ПРИНЯТО

на заседании
Педагогического совета

Протокол от 30 августа
2023 г. № 1

УТВЕРЖДЕНО

Директор

приказ от 30 августа 2023 г. №275

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

(ID 773402)

учебного предмета «Вероятность и статистика. Углубленный уровень»
для обучающихся 10-11 классов

Вологда

2023

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебный курс «Вероятность и статистика» углублённого уровня является продолжением и развитием одноименного учебного курса углублённого уровня на уровне среднего общего образования. Учебный курс предназначен для формирования у обучающихся статистической культуры и понимания роли теории вероятностей как математического инструмента для изучения случайных событий, величин и процессов. При изучении курса обогащаются представления обучающихся о методах исследования изменчивого мира, развивается понимание значимости и общности математических методов познания как неотъемлемой части современного естественно-научного мировоззрения.

Содержание учебного курса направлено на закрепление знаний, полученных при изучении курса на уровне основного общего образования, и на развитие представлений о случайных величинах и взаимосвязях между ними на важных примерах, сюжеты которых почерпнуты из окружающего мира. В результате у обучающихся должно сформироваться представление о наиболее употребительных и общих математических моделях, используемых для описания антропометрических и демографических величин, погрешностей в различных рода измерениях, длительности безотказной работы технических устройств, характеристик массовых явлений и процессов в обществе. Учебный курс является базой для освоения вероятностно-статистических методов, необходимых специалистам не только инженерных специальностей, но также социальных и психологических, поскольку современные общественные науки в значительной мере используют аппарат анализа больших данных. Центральную часть учебного курса занимает обсуждение закона больших чисел – фундаментального закона природы, имеющего математическую формализацию.

В соответствии с указанными целями в структуре учебного курса «Вероятность и статистика» на углублённом уровне выделены основные содержательные линии: «Случайные события и вероятности» и «Случайные величины и закон больших чисел».

Помимо основных линий в учебный курс включены элементы теории графов и теории множеств, необходимые для полноценного освоения материала данного учебного курса и смежных математических учебных курсов.

Содержание линии «Случайные события и вероятности» служит основой для формирования представлений о распределении вероятностей между значениями случайных величин. Важную часть в этой содержательной линии занимает изучение геометрического и биномиального распределений и

знакомство с их непрерывными аналогами – показательным и нормальным распределениями.

Темы, связанные с непрерывными случайными величинами и распределениями, акцентируют внимание обучающихся на описании и изучении случайных явлений с помощью непрерывных функций. Основное внимание уделяется показательному и нормальному распределениям.

В учебном курсе предусматривается ознакомительное изучение связи между случайными величинами и описание этой связи с помощью коэффициента корреляции и его выборочного аналога. Эти элементы содержания развивают тему «Диаграммы рассеивания», изученную на уровне основного общего образования, и во многом опираются на сведения из курсов алгебры и геометрии.

Ещё один элемент содержания, который предлагается на ознакомительном уровне – последовательность случайных независимых событий, наступающих в единицу времени. Ознакомление с распределением вероятностей количества таких событий носит развивающий характер и является актуальным для будущих абитуриентов, поступающих на учебные специальности, связанные с общественными науками, психологией и управлением.

На изучение учебного курса «Вероятность и статистика» на углубленном уровне отводится 68 часов: в 10 классе – 34 часа (1 час в неделю), в 11 классе – 34 часа (1 час в неделю).

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

10 КЛАСС

Граф, связный граф, пути в графе: циклы и цепи. Степень (валентность) вершины. Графы на плоскости. Деревья.

Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Близость частоты и вероятности событий. Случайные опыты с равновозможными элементарными событиями.

Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей.

Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события.

Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона.

Серия независимых испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности.

Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Операции над случайными величинами. Бинарная случайная величина. Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное.

11 КЛАСС

Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины.

Математическое ожидание случайной величины (распределения). Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея). Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений.

Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины (распределения). Дисперсия бинарной случайной величины. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Дисперсия и стандартное отклонение биномиального распределения. Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения.

Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Выборочные характеристики. Оценивание вероятности события по выборочным данным. Проверка простейших гипотез с помощью изученных распределений.

Непрерывные случайные величины. Примеры. Функция плотности вероятности распределения. Равномерное распределение и его свойства. Задачи, приводящие к показательному распределению. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Функция плотности вероятности показательного распределения, функция плотности вероятности нормального распределения. Функция плотности и свойства нормального распределения.

Последовательность одиночных независимых событий. Задачи, приводящие к распределению Пуассона.

Ковариация двух случайных величин. Коэффициент линейной корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия, метод наименьших квадратов.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» (УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ) НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1) гражданского воспитания:

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

2) патриотического воспитания:

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

3) духовно-нравственного воспитания:

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

4) эстетического воспитания:

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

5) физического воспитания:

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

6) трудового воспитания:

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и

самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

7) экологического воспитания:

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

8) ценности научного познания:

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Общение:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Совместная деятельность:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу **10 класса** обучающийся научится:

свободно оперировать понятиями: граф, плоский граф, связный граф, путь в графе, цепь, цикл, дерево, степень вершины, дерево случайного эксперимента;

свободно оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт), случайное событие, элементарное случайное событие (элементарный исход) случайного опыта, находить вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными событиями;

находить и формулировать события: пересечение, объединение данных событий, событие, противоположное данному, использовать диаграммы Эйлера, координатную прямую для решения задач, пользоваться формулой сложения вероятностей для вероятностей двух и трех случайных событий;

оперировать понятиями: условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события, дерево случайного эксперимента, находить вероятности событий с помощью правила умножения, дерева случайного опыта, использовать формулу полной вероятности, формулу Байеса при решении задач, определять независимость событий по формуле и по организации случайного эксперимента;

применять изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов множеств, элементарных событий случайного опыта, решения задач по теории вероятностей;

свободно оперировать понятиями: бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача, независимые испытания, серия испытаний, находить вероятности событий: в серии испытаний до первого успеха, в серии испытаний Бернулли, в опыте, связанном со случайным выбором из конечной совокупности;

свободно оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения, бинарная случайная величина, геометрическое, биномиальное распределение.

К концу **11 класса** обучающийся научится:

оперировать понятиями: совместное распределение двух случайных величин, использовать таблицу совместного распределения двух случайных величин для выделения распределения каждой величины, определения независимости случайных величин;

свободно оперировать понятием математического ожидания случайной величины (распределения), применять свойства математического ожидания при решении задач, вычислять математическое ожидание биномиального и геометрического распределений;

свободно оперировать понятиями: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины, применять свойства дисперсии случайной величины (распределения) при решении задач, вычислять дисперсию и стандартное отклонение геометрического и биномиального распределений;

вычислять выборочные характеристики по данной выборке и оценивать характеристики генеральной совокупности данных по выборочным характеристикам. Оценивать вероятности событий и проверять простейшие статистические гипотезы, пользуясь изученными распределениями.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ 10 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов		
		Всего	Электронные (цифровые) образовательные ресурсы	Виды деятельности с учетом воспитательного потенциала
1	Элементы теории графов	3	РЭШ	Работа с информационными текстами, посвященными достижениям отечественной науки и техники, направленная на формирование ценностного отношения к достижениям российских математиков и российской математической школы Моделирование: описание словами и с помощью предметной модели сюжетной ситуации и математического отношения, направленное на формирование готовности к активному участию в решении практических задач математической направленности
2	Случайные опыты, случайные события и вероятности событий	3	РЭШ	
3	Операции над множествами и событиями. Сложение и умножение вероятностей. Условная вероятность. Независимые события	5	РЭШ	
4	Элементы комбинаторики	4	РЭШ	
5	Серии последовательных испытаний. Испытания Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности	5	РЭШ	
6	Случайные величины и распределения	14	РЭШ	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	2	

11 КЛАСС

	Наименование разделов и тем программы	Всего	Электронные (цифровые) образовательные ресурсы	Виды деятельности с учетом воспитательного потенциала
1	Закон больших чисел	5	РЭШ	Работа с информационными текстами, посвященными достижениям отечественной науки и техники, направленная на формирование ценностного отношения к достижениям российских математиков и российской математической школы Моделирование: описание словами и с помощью предметной модели сюжетной ситуации и математического отношения, направленное на формирование готовности к активному участию в решении практических задач математической направленности
2	Элементы математической статистики	6	РЭШ	
3	Непрерывные случайные величины (распределения), показательное и нормальное распределения	4	РЭШ	
4	Распределение Пуассона	2	РЭШ	
5	Связь между случайными величинами	6	РЭШ	
6	Обобщение и систематизация знаний	11	РЭШ	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	1	

Оценочные материалы.

Тематическая диагностическая работа по теории вероятностей и статистике для учащихся 10 классов

Демонстрационный вариант

Для заданий 1–4 запишите только ответ. Для заданий 5–7 запишите полное решение и ответ.

- 1 В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет хотя бы один раз.
- 2 На семинар приехали 3 учёных из Индонезии, 3 из Камбоджи, 4 из Чили и еще 10 учёных из стран Европы. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад учёного из Индонезии.
- 3 В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Обслуживание автоматов происходит по вечерам после закрытия центра. Известно, что вероятность события «К вечеру в первом автомате закончится кофе» равна 0,25. Такая же вероятность события «К вечеру во втором автомате закончится кофе». Вероятность того, что кофе к вечеру закончится в обоих автоматах, равна 0,15. Найдите вероятность того, что к вечеру кофе останется в обоих автоматах.
- 4 Известно, что некоторый биатлонист попадает в мишень с вероятностью 0,8. Он делает 5 выстрелов по 5 различным мишеням. Какова вероятность того, что биатлонист поразит ровно 3 мишени?
- 5 В таблице дана численность населения городов-миллионеров России (по данным 2014 года).

	Город	Численность (млн чел.)		Город	Численность (млн чел.)
1	Москва	12,108	9	Омск	1,166
2	Санкт-Петербург	5,132	10	Ростов-на-Дону	1,110
3	Новосибирск	1,548	11	Уфа	1,104
4	Екатеринбург	1,412	12	Красноярск	1,036
5	Нижний Новгород	1,264	13	Пермь	1,026
6	Казань	1,191	14	Волгоград	1,018
7	Челябинск	1,172	15	Воронеж	1,015
8	Самара	1,169			

Средняя численность населения в этих городах — 2,165 млн человек (среднее арифметическое).

а) Найдите медиану численности населения этих городов.

б) Какая из этих величин — среднее арифметическое или медиана — лучше описывает население типичного города-миллионера России? Обоснуйте своё мнение.

6 На фабрике керамической посуды 10 % произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80 % дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

7 Случайные величины X и Y независимы и имеют следующие распределения:

$$X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0,3 & 0,4 & 0,3 \end{pmatrix}, Y \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}.$$

Случайная величина Z равна их сумме: $Z = X + Y$.

а) Какие значения принимает случайная величина Z ?

б) Найдите распределение случайной величины Z .

в) Чему равно математическое ожидание случайной величины Z ?

Ответы к заданиям 1–4

№ задания	Ответ
1	0,75
2	0,15
3	0,65
4	0,2048

5 В таблице дана численность населения городов-миллионеров России (по данным 2014 года).

	Город	Численность (млн чел.)		Город	Численность (млн чел.)
1	Москва	12,108	9	Омск	1,166
2	Санкт-Петербург	5,132	10	Ростов-на-Дону	1,110
3	Новосибирск	1,548	11	Уфа	1,104
4	Екатеринбург	1,412	12	Красноярск	1,036
5	Нижний Новгород	1,264	13	Пермь	1,026
6	Казань	1,191	14	Волгоград	1,018
7	Челябинск	1,172	15	Воронеж	1,015
8	Самара	1,169			

Средняя численность населения в этих городах — 2,165 млн человек (среднее арифметическое).

а) Найдите медиану численности населения этих городов.

б) Какая из этих величин — среднее арифметическое или медиана — лучше описывает население типичного города-миллионера России? Обоснуйте своё мнение.

Решение. а) Расположим 15 чисел в порядке возрастания:

1,015; 1,018; 1,026; 1,036; 1,104; 1,110; 1,166; 1,169; 1,172; 1,191; 1,264; 1,412; 1,548; 5,132; 12,108.

Медианой является восьмое число в этом ряду: 1,169.

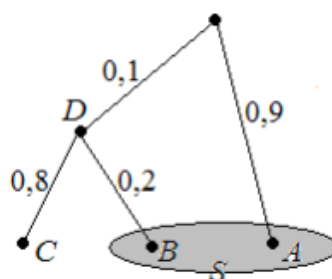
б) Типичный город-миллионер в России имеет население, несколько превышающее 1 миллион жителей. Только в двух городах — Новосибирске и Екатеринбурге — население близко к полутора миллионам. Вместе с тем, в двух крупнейших городах население более 5 миллионов — в Москве и Петербурге. Именно из-за этих двух мегаполисов среднее арифметическое оказывается значительно больше, чем население большинства городов. В России вообще нет городов с населением около 2 млн чел. Поэтому лучше характеризует население типичного города-миллионера медиана.

Содержание критерия	Баллы
Найдена медиана, и имеется разумное рассуждение в пункте б)	2
Найдена медиана, рассуждение в пункте б) неверно, отсутствует или не имеет отношения к вопросу	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

- 6 На фабрике керамической посуды 10 % произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80 % дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Решение.

Первый способ. Изобразим дерево вероятностей.



Из начальной вершины графа есть переход к событию A «Тарелка не имеет дефектов» и к событию D «Тарелка имеет дефект». Соответствующие вероятности подписаны около рёбер. От события D выходят ещё два ребра: к событию C «Дефектная тарелка выявлена» и к событию B «Дефектная тарелка не выявлена». Вероятности также подписаны. События A и B вместе образуют событие S «Тарелка поступила в продажу», так как по условию в продажу поступают все тарелки без дефектов, а также дефектные тарелки, не отбракованные системой контроля качества. На рисунке событие S показано овалом, охватывающим события A и B .

Нужно найти условную вероятность события A при условии, что тарелка поступила в продажу:

$$P(A|S) = \frac{P(A \cap S)}{P(S)} = \frac{P(A)}{P(A) + P(B)}.$$

Известно, что $P(A) = 0,9$. Перемножая соответствующие вероятности вдоль рёбер, получаем вероятность события B :

$$P(B) = P(D) \cdot P(B|D) = 0,1 \cdot 0,2 = 0,02.$$

Следовательно, $P(A|S) = \frac{0,9}{0,9 + 0,02} = \frac{45}{46} \approx 0,98$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	1

7. Случайные величины X и Y независимы и имеют следующие распределения:

$$X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0,3 & 0,4 & 0,3 \end{pmatrix}, Y \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}.$$

Случайная величина Z равна их сумме: $Z = X + Y$.

а) Какие значения принимает случайная величина Z ?

б) Найдите распределение случайной величины Z .

в) Чему равно математическое ожидание случайной величины Z ?

Решение.

Первый способ. а) По условию величины X и Y независимы. Поэтому значение одной не влияет на вероятность появления любого возможного значения второй величины. Следовательно, сумма $Z = X + Y$ может принимать значения

$$1 - 1 = 0, 1 + 0 = 1, 2 - 1 = 1, 2 + 0 = 2, 3 - 1 = 2 \text{ и } 3 + 0 = 3.$$

Повторяющиеся значения запишем один раз. Получаем возможные значения: 0, 1, 2 и 3.

б) В силу независимости вероятность каждой пары $X = a, Y = b$ равна произведению соответствующих вероятностей. Поэтому

$$P(Z = 0) = P(X = 1, Y = -1) = P(X = 1) \cdot P(Y = -1) = 0,3 \cdot 0,2 = 0,06.$$

Значение $Z = 1$ получается двумя разными способами:

$$\begin{aligned} P(Z = 1) &= P(X = 1, Y = 0) + P(X = 2, Y = -1) = \\ &= P(X = 1) \cdot P(Y = 0) + P(X = 2) \cdot P(Y = -1) = 0,3 \cdot 0,8 + 0,4 \cdot 0,2 = 0,32. \end{aligned}$$

Дальше аналогично:

$$P(Z = 2) = 0,4 \cdot 0,8 + 0,3 \cdot 0,2 = 0,38 \text{ и } P(Z = 3) = 0,3 \cdot 0,8 = 0,24.$$

Для самопроверки можно найти сумму полученных вероятностей. Она должна равняться единице: $0,06 + 0,32 + 0,38 + 0,24 = 1$.

Получаем распределение:

$$Z \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0,06 & 0,32 & 0,38 & 0,24 \end{pmatrix}.$$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы во всех трёх пунктах <i>a)</i> , <i>б)</i> и <i>в)</i>	3
Верно решены два из трёх пунктов <i>a)</i> , <i>б)</i> и <i>в)</i>	2
Верно решён только один из пунктов <i>a)</i> , <i>б)</i> или <i>в)</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3